

# MEDICIONES Y UNIDADES

*2.1 Introducción*

*2.2 Mediciones*

*2.3 Cantidades fundamentales y unidades*

*2.4 Densidad*

*2.5 Angulos en un plano*

*2.6 Angulos sólidos*

*2.7 Precisión y exactitud*

*2.8 Mediciones en el laboratorio*

## 2.1 Introducción

La observación de un fenómeno es en general incompleta a menos que dé lugar a una información *cuantitativa*. Para obtener dicha información se requiere la *medición* de una propiedad física, y así la medición constituye una buena parte de la rutina diaria del físico experimental. Lord Kelvin señaló que nuestro conocimiento es satisfactorio solamente cuando lo podemos expresar mediante números. Aunque esta afirmación es quizás exagerada, expresa una filosofía que un físico debe tener en mente todo el tiempo en sus investigaciones. Pero como indicamos en el capítulo 1, la expresión de una propiedad física en términos de números requiere no solamente que utilicemos las matemáticas para mostrar las relaciones entre las diferentes cantidades, sino también tener el conocimiento para operar con estas relaciones. Esta es la razón por la cual la matemática es el lenguaje de la física y sin matemáticas es imposible comprender el fenómeno físico, tanto desde un punto de vista experimental como teórico. La matemática es la herramienta del físico; debe ser manipulada con destreza y cabalidad de modo que su uso ayude a comprender en lugar de oscurecer su trabajo.

En este capítulo no solamente definiremos las unidades necesarias para expresar los resultados de una medición, sino también discutiremos algunos tópicos (todos los cuales son importantes) que aparecerán continuamente en el texto. Estos son: densidad, ángulo en un plano, ángulo sólido, cifras significativas y el proceso del análisis de los datos experimentales.

## 2.2 Mediciones

La medición es una técnica por medio de la cual asignamos un número a una propiedad física, como resultado de una comparación de dicha propiedad con otra similar tomada como patrón, la cual se ha adoptado como *unidad*. La mayor parte de las mediciones realizadas en el laboratorio se reducen esencialmente a la medición de una longitud. Utilizando esta medición (y ciertas convenciones expresadas por fórmulas), obtenemos la cantidad deseada. Cuando el físico mide algo debe tener gran cuidado de modo de producir una perturbación mínima del sistema que está bajo observación. Por ejemplo, cuando medimos la temperatura de un cuerpo, lo ponemos en contacto con un termómetro. Pero cuando los ponemos juntos, algo de energía o "calor" se intercambia entre el cuerpo y el termómetro, dando por resultado un pequeño cambio en la temperatura del cuerpo, afectando así la misma cantidad que deseábamos medir. Además todas las medidas son afectadas en algún grado por el *error experimental* debido a las imperfecciones inevitables del instrumento de medida, o las limitaciones impuestas por nuestros sentidos (visión y audición) que deben registrar la información. Por lo tanto, cuando un físico diseña su técnica de medición procura que la perturbación de la cantidad a medirse sea más pequeña que su error experimental. En general esto es siempre posible cuando medimos cantidades en el campo macroscópico (es decir, en cuerpos compuestos de un gran número de

moléculas), ya que entonces lo que tenemos que hacer es usar un instrumento de medición que produzca una perturbación más pequeña, en varios órdenes de magnitud, que la cantidad a medirse. Así cualquiera que sea la perturbación producida, ésta es despreciable comparada con el error experimental. En otros casos la perturbación puede ser calculada y el valor medido corregido.

La situación, sin embargo, es muy diferente cuando estamos midiendo propiedades atómicas individuales, tales como el movimiento de un electrón. Ahora no tenemos la opción de usar un instrumento de medida que produzca una perturbación más pequeña que la cantidad a medirse ya que no poseemos un dispositivo tan pequeño. La perturbación introducida es del mismo orden de magnitud que la cantidad a medirse y puede aun no ser posible estimarse su valor o darse cuenta de él. Por lo tanto debe hacerse una distinción entre las mediciones de cantidades macroscópicas y de cantidades microscópicas. Es necesario formular una estructura teórica especial cuando tratamos con cantidades atómicas. Dicha técnica no se discutirá en este momento; se denomina *mecánica cuántica*.

Otro requisito importante es que las definiciones de las cantidades físicas deben ser *operacionales*, en el sentido que deben indicar explícitamente o implícitamente cómo medir la cantidad definida. Por ejemplo, decir que la velocidad es una expresión de la rapidez de un cuerpo en movimiento no es una definición operacional de velocidad, pero decir que *velocidad es la distancia desplazada dividida entre el tiempo* es una definición operacional de velocidad.

### **2.3 Cantidades fundamentales y unidades**

Antes de efectuar una medición, debemos seleccionar una unidad para cada cantidad a medirse. Para propósitos de medición, hay cantidades fundamentales y derivadas, y unidades. El físico reconoce cuatro cantidades fundamentales independientes: *longitud, masa, tiempo y carga*.\*

La longitud es un concepto primario y es una noción que todos adquirimos naturalmente; es inútil intentar dar una definición de ella. De igual manera lo es el tiempo. La masa y la carga sin embargo, no son de un carácter tan intuitivo. El concepto de masa se analizará en detalle en los capítulos 7 y 13. Diremos ahora solamente que la masa es un coeficiente, característico de cada partícula que determina su comportamiento cuando interactúa con otras partículas así como la intensidad de sus interacciones gravitacionales.

Similarmente, la carga, concepto que se discutirá en detalle en el capítulo 14, es otro coeficiente, característico de cada partícula, que determina la intensidad de su interacción electromagnética con otras partículas. Pueden existir otros coeficientes que caractericen otras interacciones entre partículas, pero hasta el

---

\* Con esto no queremos decir que no hay otras cantidades "fundamentales" en física; sin embargo, las otras cantidades son tales que puede expresarse como una combinación de estas cuatro, o no requieren una unidad especial para su expresión.

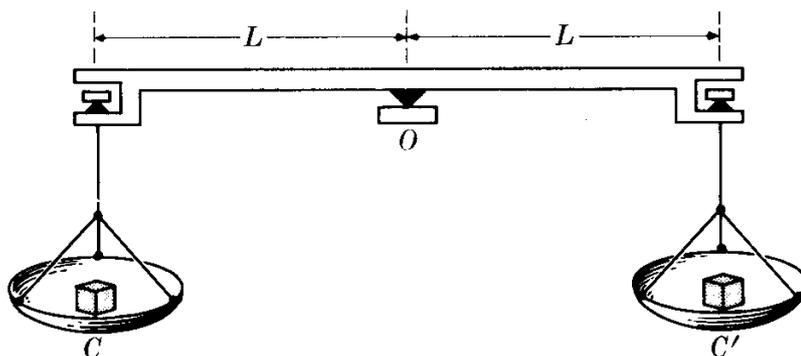


Fig. 2-1. Balanza de brazos iguales para comparar las masas de dos cuerpos.

momento no han sido identificados, y en el presente no parece requerirse de cantidades fundamentales adicionales.

La masa puede definirse operacionalmente utilizando el principio de la balanza de brazos iguales (Fig. 2-1); esto es, una balanza simétrica soportada en su centro  $O$ . Se dice que dos cuerpos  $C$  y  $C'$  tienen masas iguales cuando, colocado un cuerpo en cada platillo, la balanza permanece en equilibrio. Experimentalmente se verifica que si la balanza se halla en equilibrio en un lugar de la tierra, permanece en equilibrio cuando se le coloca en cualquier otro lugar. Entonces la igualdad de las masas es una propiedad de los cuerpos independiente del lugar donde se comparen. Si  $C'$  está constituido por varias unidades patrón, la masa de  $C$  puede obtenerse como un múltiplo de la masa patrón. La masa así obtenida es realmente la masa gravitatoria (capítulo 13). Pero en el capítulo 7 veremos un método para comparar dinámicamente las masas. La masa obtenida dinámicamente se denomina *masa inercial*. Como se discutirá en el capítulo 13 no se ha encontrado ninguna diferencia entre los dos métodos de medición de masa.

Con unas pocas excepciones, todas las cantidades usadas hasta ahora en física pueden relacionarse a estas cuatro cantidades por sus definiciones, expresadas como relaciones matemáticas involucrando longitud, masa, tiempo y carga. Las unidades de todas estas cantidades derivadas son a su vez expresadas en función de las unidades de las cuatro cantidades fundamentales mediante estas relaciones de definición. Luego es necesario solamente estar de acuerdo en las unidades para las cuatro cantidades fundamentales a fin de tener un sistema consistente de unidades. Los físicos se han puesto de acuerdo (en la Onceava Conferencia General sobre Pesos y Medidas realizada en París en 1960) para usar el sistema de unidades MKSC, y éste será el utilizado en este libro. Las iniciales representan el *metro*, el *kilogramo*, el *segundo* y el *coulomb*. Sus definiciones son:

*El metro*, abreviado  $m$ , es la unidad de longitud. Es igual a 1.650.763,73 longitudes de onda de la radiación electromagnética emitida por el isótopo  $^{86}\text{Kr}$  en su transición entre los estados  $2p_{10}$  y  $5d_5$ . Estos dos símbolos se refieren a estados físicos particulares del átomo de kriptón. La radiación emitida puede identificarse fácilmente porque aparece como una línea roja en un espectrograma.

*El kilogramo*, abreviado  $kg$ , es la unidad de masa. Se define como la masa del *kilogramo internacional*, un bloque de platino conservado en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sevres, cerca de París. Para todos los propósitos

prácticos es igual a la masa de  $10^{-3} \text{ m}^3$  de agua destilada a  $4^\circ\text{C}$ . La masa de  $1 \text{ m}^3$  de agua es así  $10^3 \text{ kg}$ . Un volumen de  $10^{-3} \text{ m}^3$  se denomina un *litro*. Por analogía con el metro, podemos asociar el kilogramo con una propiedad atómica diciendo que es igual a la masa de  $5,0188 \times 10^{25}$  átomos del isótopo  $^{12}\text{C}$ . En realidad, éste es el criterio adoptado al definir la escala internacional de masas atómicas.

El *segundo*, abreviado s, es la unidad de tiempo. Se define de acuerdo con la Unión Astronómica Internacional, como  $1/31.556.925,975$  de la duración del año tropical 1900. El año tropical se define como el intervalo de tiempo entre dos pasajes sucesivos de la tierra a través del equinoccio vernal, el que tiene lugar aproximadamente el 21 de marzo de cada año (Fig. 2-2). Puede también definirse como  $1/86.400$  del día solar medio, el cual es el intervalo de tiempo entre dos pasajes sucesivos de un punto situado sobre la tierra frente al sol, promediados en un año. Pero esta definición tiene la inconveniencia que, debido a la acción de las mareas el período de la rotación de la tierra esta decreciendo gradualmente, y por ende esta unidad cambiaría gradualmente. Por esta razón se escogió arbitrariamente un año particular, el de 1900.

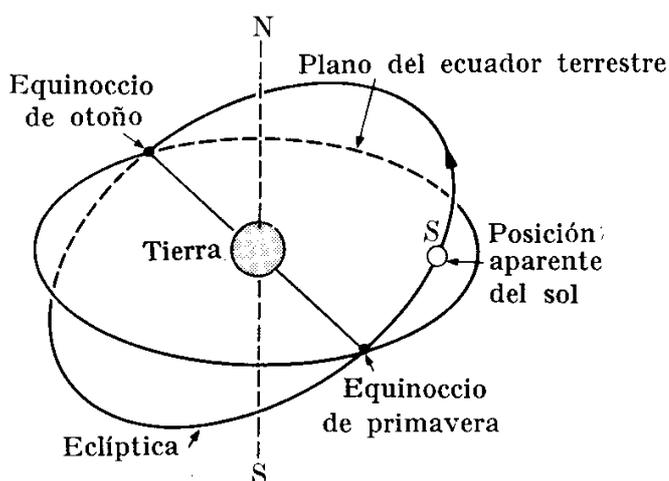


Fig. 2-2. Definición del año tropical.

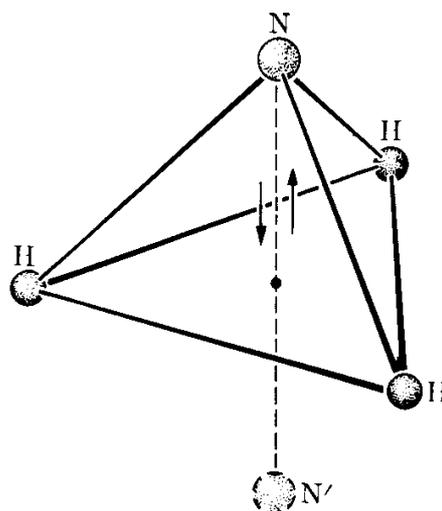


Fig. 2-3. Oscilación del átomo de nitrógeno entre dos posiciones simétricas en la molécula de amoníaco.

La unidad de tiempo podría también relacionarse a una propiedad atómica, como se ha hecho con la unidad de longitud, resultando los llamados *relojes atómicos*. Por ejemplo, la molécula de amoníaco ( $\text{NH}_3$ ) tiene una estructura piramidal, con los tres átomos H en la base y el átomo N en el vértice (Fig. 2-3). Obviamente hay una posición simétrica,  $\text{N}'$ , para el átomo de nitrógeno a la misma distancia del plano H-H-H pero en el lado opuesto. El átomo N puede oscilar entre estas dos posiciones de equilibrio con un período fijo. El segundo puede definirse entonces como el tiempo necesario para que el átomo N realice  $2,387 \times 10^{10}$  de tales oscilaciones. El primer reloj atómico basado en este principio fue construido en el National Bureau of Standards en 1948. Desde entonces otras sustancias han sido utilizadas como relojes atómicos. Sin embargo, aún no se ha llegado a un convenio internacional para tener un patrón atómico de

tiempo, aunque parece que hay un consenso general hacia la adopción de tal definición de la unidad de tiempo.\*

*El coulomb*, abreviado C, es la unidad de carga eléctrica. Su definición precisa y oficial se dará en el capítulo 14, pero en este momento podemos decir que es igual en valor absoluto a la carga negativa contenida en  $6,2418 \times 10^{18}$  electrones, o a la carga positiva de igual número de protones.

*Nota:* Estrictamente hablando, en adición al metro, al kilogramo y al segundo, la cuarta unidad adoptada en la Onceava Conferencia fue el *ampere* (en lugar del coulomb) como unidad de corriente eléctrica. El coulomb está definido como la cantidad de carga eléctrica que pasa a través de una sección de un conductor durante un segundo cuando la corriente es de un ampere. La razón para escoger el ampere es que una corriente es más fácil de establecer como un patrón. Nuestra decisión de utilizar el coulomb está basada en nuestro deseo de expresar el carácter más fundamental de la carga eléctrica, sin separarnos esencialmente de las recomendaciones de la Onceava Conferencia. El Sistema Internacional de unidades es el MKSA, designados por el símbolo SI.

El metro y el kilogramo son unidades originalmente introducidas durante la revolución francesa, cuando el gobierno francés decidió establecer un sistema racional de unidades, conocido desde entonces como el *sistema métrico*, para suplantarse las unidades caóticas y variadas utilizadas en aquel tiempo. El metro se definió primeramente como la "diez millonésima ( $10^{-7}$ ) parte de un cuadrante de un meridiano terrestre. Con dicho propósito se midió cuidadosamente un arco de un meridiano, operación que llevó varios años y se fabricó una barra patrón de platino que medía un metro la cual se conservó bajo condiciones controladas a  $0^{\circ}\text{C}$  en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sevres. Medidas posteriores indicaron que la barra patrón era más corta en  $1,8 \times 10^{-4}$  m que la diez millonésima parte del cuadrante de un meridiano y se decidió adoptar la longitud de la barra como el metro patrón sin más referencia al meridiano terrestre. En muchos países existen duplicados del metro patrón. Sin embargo, se reconoció la conveniencia de tener un patrón de carácter más permanente y de fácil accesibilidad en cualquier laboratorio. Por esta razón se escogió la línea roja del  $^{86}\text{Kr}$ .

Para la masa, la unidad escogida por los franceses fue el *gramo*, abreviado g, definida como la masa de un centímetro cúbico ( $1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} = 0,3937 \text{ pulg}$ , y  $1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$ ) de agua destilada a  $4^{\circ}\text{C}$ . Se escogió esta temperatura porque es la temperatura a la cual la densidad del agua es un máximo. El kilogramo es entonces igual a  $10^3$  gramos. Se construyó un bloque de platino, con una masa de un kilogramo. Posteriormente se decidió adoptar este bloque como el kilogramo patrón sin hacer más referencia al agua.

Antes que se adoptara el sistema MKSC, era muy popular otro sistema en trabajos científicos: *el sistema cgs*, en el cual la unidad de longitud es el centímetro, la unidad de masa el gramo, y la unidad de tiempo el segundo. No se había asignado a este sistema ninguna unidad definida de carga, aunque se utilizaban dos: el estatcoulomb y el abcoulomb, iguales respectivamente a  $\frac{1}{3} \times 10^{-9}$  C y 10 C. El sistema cgs está siendo reemplazado gradualmente en trabajos científicos y prácticos por el sistema MKSC.

\* En octubre de 1964, el Comité Internacional de Pesos y Medidas basó temporalmente el intervalo internacional del tiempo en una transición particular del átomo de  $^{133}\text{Cs}$ . El segundo queda así definido *temporalmente* como el tiempo necesario para que el oscilador que fuerza a los átomos de cesio a realizar la transición establecida oscile 9.192.631.770 veces.

En muchos países de habla inglesa se utiliza otro sistema de unidades el cual es usado ampliamente en aplicaciones prácticas y de ingeniería. La unidad de longitud es el *pie*, abreviado *ft*, la unidad de masa es la *libra*, abreviada *lb* y la unidad de tiempo es nuevamente el *segundo*. Las unidades métricas equivalentes son:

$$\begin{aligned} 1 \text{ pie} &= 0,3048 \text{ m} & 1 \text{ m} &= 3,281 \text{ pie} \\ 1 \text{ libra} &= 0,4536 \text{ kg} & 1 \text{ kg} &= 2,205 \text{ lb} \end{aligned}$$

**TABLA 2-1 Prefijos para potencias de diez**

Magnitud	Prefijo	Símbolo
$10^{-10}$	ato-	a
$10^{-15}$	femto-	f
$10^{-12}$	pico-	p
$10^{-9}$	nano-	n
$10^{-6}$	micro-	$\mu$
$10^{-3}$	mili-	m
$10^{-2}$	centi-	c
$10^{-1}$	deci-	d
$10^0 = 1$	Unidad fundamental	
10	deca-	D
$10^2$	hecto-	H
$10^3$	kilo-	k (o K)
$10^6$	mega-	M
$10^9$	giga-	G
$10^{12}$	tera-	T

Se espera que eventualmente se use solamente el sistema MKSC en todo el mundo para mediciones científicas, de ingeniería y caseras.

Por razones prácticas se han introducido múltiplos y submúltiplos como potencia de diez de las unidades fundamentales y derivadas. Los mismos se designan con un prefijo, de acuerdo al esquema dado en la tabla 2-1.

## 2.4 Densidad

La densidad de un cuerpo se define como su masa por unidad de volumen. Así un cuerpo de masa  $m$  y volumen  $V$  tiene una densidad de

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (2.1)$$

La densidad se expresa en  $\text{kg m}^{-3}$ . Obviamente la densidad del agua es:

$$\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3} \quad (\text{ó } 1 \text{ g cm}^{-3} \text{ y } 62,4 \text{ lb pie}^{-3}).$$

La densidad en la forma definida en la ecuación (2.1), es aplicable solamente a cuerpos homogéneos; es decir, a cuerpos que tienen la misma composición o estructura a través de todo su volumen. De otra manera, resulta la densidad *promedio* del cuerpo. Para un cuerpo heterogéneo la densidad varía de un lugar a otro. Para obtener la densidad en un lugar particular, se mide la masa  $dm$ , contenida en un volumen pequeño (o infinitesimal)  $dV$  localizado alrededor de un punto. Entonces se aplica la ec. (2.1), en la forma

$$\rho = \frac{dm}{dV}. \quad (2.2)$$

TABLA 2-2 Densidades (relativas al agua)

Sólidos		Líquidos		Gases	
Hierro	7,86	Agua (4°C)	1,000	Aire	$1,2922 \times 10^{-3}$
Hielo	0,917	Mercurio	13,59	Hidrógeno	$8,988 \times 10^{-5}$
Magnesio	1,74	Alcohol etílico	0,791	Oxígeno	$1,42904 \times 10^{-3}$
Aluminio	2,70	Gasolina	0,67	Nitrógeno	$1,25055 \times 10^{-3}$
Uranio	18,7	Aire (— 147°C)	0,92	Helio	$1,7847 \times 10^{-4}$

Puesto que la densidad es un concepto estadístico, para que el volumen  $dV$ , tenga un significado físico, debe tener un tamaño tal que contenga un gran número de moléculas.

Otro concepto útil es el de *densidad relativa*. Si  $\rho_1$  y  $\rho_2$  son las densidades de dos sustancias diferentes, su densidad relativa es:

$$\rho_{21} = \frac{\rho_2}{\rho_1}. \quad (2.3)$$

No se expresa en unidades por ser una cantidad relativa; es decir, el cociente de dos cantidades de la misma clase. Es costumbre expresar las densidades relativas con respecto al agua como referencia. En la tabla 2-2 damos las densidades de varias sustancias relativas al agua. Los valores numéricos se dan a temperatura y presión normales (STP: 0°C y 1 atm) a menos que se indique de otro modo.

## 2.5 Ángulos en un plano

Hay dos sistemas para medir ángulos en un plano: *grados* y *radianes*. El segundo sistema es el más importante en física. La circunferencia de un círculo está arbitrariamente dividida en 360 grados (°). Un ángulo recto, por ejemplo, corresponde a 90°. Cada grado está dividido en 60 minutos (') y cada minuto en 60 segundos ("). La medida de un ángulo cualquiera se expresa en grados, minutos y segundos, tal como 23°42'34".

Para expresar un ángulo en radianes, se traza con radio arbitrario  $R$  (Fig. 2-4) el arco  $AB$  con centro en el vértice  $O$  del ángulo. Luego la medida de  $\theta$  en radianes (abreviada rad) es:

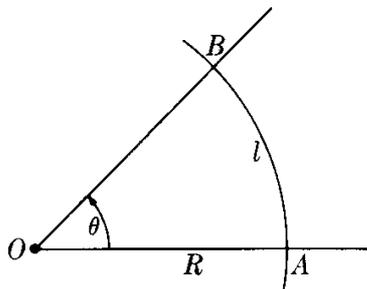


Figura 2-4

$$\theta = \frac{l}{R}, \quad (2.4)$$

donde  $l$  es la longitud del arco  $AB$ . Este método se basa en el hecho de que dado un ángulo, la relación  $l/R$  es constante e independiente del radio, y es por lo tanto la medida del ángulo expresada en radianes. Nótese que  $l$  y  $R$  deben expresarse en las mismas unidades de longitud. De la ec. (2.4) tenemos

$$l = R\theta. \quad (2.5)$$

Considerando que la circunferencia de un círculo es  $2\pi R$ , vemos que un ángulo completo alrededor de un punto, medido en radianes es  $2\pi R/R = 2\pi$  rad. Así  $2\pi$  rad equivale a  $360^\circ$ , y

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} = 0,017453 \text{ rad}, \quad 1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} = 57^\circ 17' 44,9''.$$

## 2.6 Ángulos sólidos

Un *ángulo sólido* es el espacio comprendido dentro de una superficie cónica (o piramidal), como en la Fig. 2-5. Su valor, expresado en *esteradianes* (abreviado esterad), se obtiene trazando con radio arbitrario  $R$  y centro en el vértice  $O$ , una superficie esférica y aplicando la relación

$$\Omega = \frac{S}{R^2}, \quad (2.6)$$

donde  $S$  es el área del casquete esférico interceptado por el ángulo sólido. Como el área de una esfera es  $4\pi R^2$ , el ángulo sólido completo alrededor de un punto

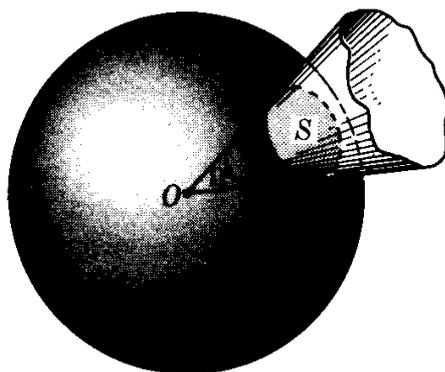


Fig. 2-5. Ángulo sólido.

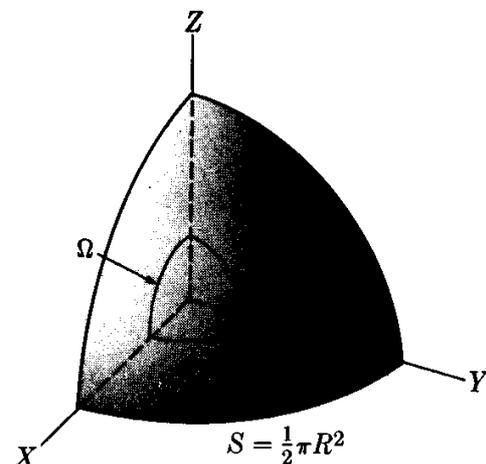


Figura 2-6

es  $4\pi$  esteradianes. El ángulo sólido formado por los tres ejes coordenados, mutuamente perpendiculares  $OX$ ,  $OY$  y  $OZ$  (Fig. 2-6) es  $\frac{1}{8}(4\pi)$  o  $\pi/2$  esteradianes.

Cuando el ángulo sólido es pequeño (Fig. 2-7) el área  $S$  se vuelve  $dS$  y no es necesariamente un casquete esférico, sino que puede ser una pequeña superficie plana perpendicular a  $OP$  de modo que

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2}. \quad (2.7)$$

En algunos casos la superficie  $dS$  no es perpendicular a  $OP$ ; y su normal  $N$  hace un ángulo  $\theta$  con  $OP$  (Fig. 2-8). Entonces es necesario proyectar  $dS$  en un plano perpendicular a  $OP$ , el cual nos da el área  $dS' = dS \cos \theta$ . Así

$$d\Omega = \frac{dS \cos \theta}{R^2}, \quad (2.8)$$

es una expresión que será muy útil en discusiones futuras.

## 2.7 Precisión y exactitud

La palabra precisión usualmente tiene un significado de exactitud. En el mundo de las medidas, sin embargo, precisión tiene el significado de inexactitud. Esto significa que cuando una propiedad física se describe por una cantidad numérica y su correspondiente unidad, la cantidad numérica depende de un número de

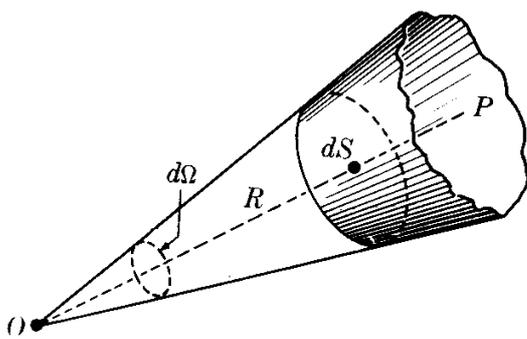


Figura 2-7

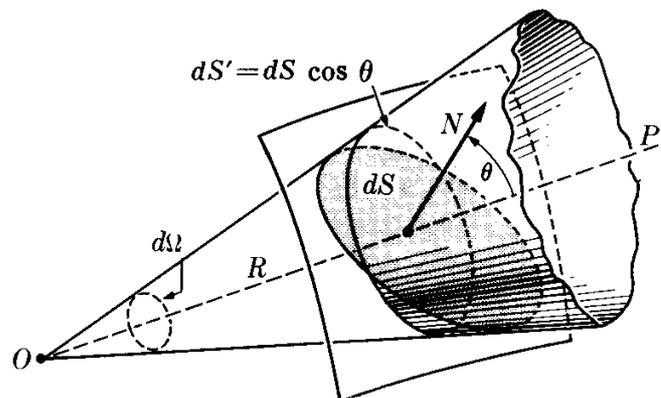


Figura 2-8

factores distintos, incluyendo el tipo particular de aparato utilizado para realizar la medición, el tipo y el número de mediciones realizadas, y el método empleado por el experimentador para obtener el valor numérico. A menos que dicho número esté acompañado por otro que describa la precisión de la medición, el número dado es tan bueno como inútil. Un número puede ser extremadamente exacto (esto es ser exactamente correcto) pero puede no ser preciso debido a que la persona que proporciona el número no ha dicho por lo menos algo sobre el método de medición empleado.

Consideremos algunos ejemplos a fin de clarificar estas ideas. Si uno ve un cesto que contiene siete manzanas, la proposición "Yo cuento siete manzanas en el cesto" es una determinación directa de una cantidad numérica. Es precisa y exacta porque el número de unidades a contarse es pequeña y entera. Si hay dos personas una colocando *lentamente* manzanas en el cesto y otra sacándolas *lentamente*, entonces uno puede establecer con exactitud y precisión el número de manzanas en cualquier instante.

Complicuemos ahora la situación. Consideremos el número de personas en una pequeña villa. Aquí el número es más grande, pero aún razonablemente y definitivamente entero. Un observador que pasa por el centro de una calle de la villa, mediante la observación censal de las personas que vienen y van, puede establecer con exactitud el número de personas en la villa. Pero su cantidad numérica no será precisa, porque le será difícil descubrir el momento exacto del nacimiento o muerte de los pobladores. Si la villa es una ciudad o un pueblo el trabajo se torna aun más difícil.

Preguntemos ahora. ¿Por qué necesitamos una cantidad exacta del número de habitantes de un pueblo? A fin de proporcionar diferentes servicios para todos los habitantes no es realmente necesario conocer, en cada instante, el número exacto de ellos. En su lugar necesitamos una cantidad exacta cuya precisión dependa del servicio particular en cuestión. Por ejemplo, para determinar el número de nuevos colegios que deben construirse en un área debemos tener una clase diferente de precisión numérica para la población que la que sería necesaria si tuviéramos que determinar el número de departamentos de incendios. Si nosotros establecemos la población del pueblo con una precisión del 1 %, queremos decir que el número dado puede ser mayor en 1 % o menor en 1 % que la población real, *pero no sabemos en qué dirección*, ni interesa en muchos casos. En una villa de 200 personas, una precisión del 1 % significa que conocemos la población con un error de más o menos 2 personas. En un pueblo de 100.000 habitantes, la precisión está dentro de 1000 personas. Si conocemos la población de los Estados Unidos con una precisión del 1 %, nuestra cifra puede variar dentro de un margen de un millón y medio, *pero no la conocemos exactamente*. Obviamente, bajo algunas condiciones, una precisión mayor del 1 % es necesaria; en otras circunstancias una precisión menor puede ser suficiente.

Hasta este momento hemos estado interesados en la operación de contaje en sí. La suposición es que dadas la información suficiente y una habilidad para procesar la información rápidamente, podemos encontrar la población exacta. Si es necesario conocer esto con precisión o no ya ha sido discutido. Ahora debemos comprender que hay operaciones que *no* nos dan un número exacto de unidades. Por ejemplo, es cierto que en un punto particular de una habitación hay un valor exacto de la temperatura. Su valor, sin embargo, depende de una definición, puesto que la temperatura es un concepto humano. A pesar de ello, no medimos temperatura en sí por un método de contaje, sino más bien midiendo la longitud de una columna de mercurio, cuya longitud *representa* la temperatura. Por varias razones la longitud medida de la columna no se registrará idénticamente, cada vez que se lea, aun si la temperatura permaneciera constante. Una de las mayores razones de las variaciones en las lecturas es el espacio finito entre

divisiones y escalas. Un metro ordinario tiene una distancia de 1 mm entre sus divisiones. Luego si se lee un metro teniendo en cuenta la división más pequeña, la lectura en *cada extremo* puede tener errores como de  $\frac{1}{2}$  mm. Hay otros tipos de errores de lectura que se tratan en libros especializados sobre este tópico (ver la bibliografía al final del capítulo sobre unos libros selectos y artículos acerca de mediciones).

La precisión o incertidumbre de un número nos permite definir el número de *cifras significativas* asociadas con la cantidad. Por ejemplo, si una medición se da como  $642,54389 \pm 1 \%$ , significa que la incertidumbre es alrededor de 6,4. Entonces tenemos justificación en retener solamente aquellas cifras en el número que son realmente significativas. En este caso el número debía expresarse como  $642 \pm 1 \%$  ó  $642 \pm 6$ . Cuando el estudiante vea una propiedad física (tal como la velocidad de la luz o el número de Avogadro) expresada en este libro, el número será dado hasta con cinco cifras significativas aun cuando el número pueda ser conocido con mayor exactitud, no se especificará la precisión. Si el estudiante desea usar estos números en el cálculo de una incertidumbre, puede considerar la última cifra significativa expresada con una precisión de  $\pm 1$ .

Cuando uno realiza una serie de operaciones matemáticas utilizando números que tienen una precisión establecida, el procedimiento más simple es realizar las operaciones, una a la vez, sin tener en cuenta el problema de las cifras significativas hasta la conclusión de la operación. Luego, el número resultante debe reducirse a un número que tenga el mismo número de cifras significativas (es decir, la misma precisión) que el menos exacto de los números.

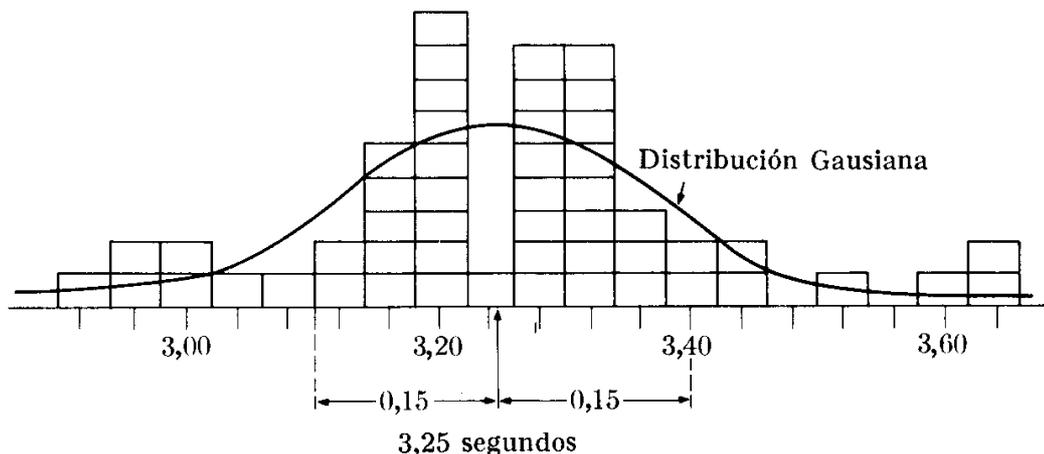
## 2.8 Mediciones en el laboratorio

Con un ejemplo relativamente simple, el período de un péndulo, describiremos los métodos utilizados para obtener la cantidad numérica asociada con una propiedad física. El *período* de un péndulo es el tiempo entre dos pasajes sucesivos del extremo del péndulo a través del mismo punto, moviéndose en la misma dirección. Se hizo oscilar un péndulo particular y se midió el tiempo de una sola oscilación cincuenta veces. La tabla 2-3 contiene las cincuenta mediciones, en segundos.

De la tabla se puede ver que no hay un período particular para el péndulo. Lo que debemos hacer es tomar estas cincuenta mediciones del período, determinar su *valor promedio*, y luego determinar la precisión de este valor promedio. Sumando todos los períodos y luego dividiendo la suma entre el número total de mediciones, encontramos que el *valor medio* (o promedio) para el período del péndulo es 3,248 segundos. (Notar que por el momento hemos conservado todo el número; tendremos que modificarlo a su debido tiempo). Tomando la diferencia entre este valor medio y cada medición, obtenemos la *desviación* de cada medición del valor medio. La suma de los valores absolutos de las desviaciones dividida entre el número de mediciones se denomina *desviación media*, la cual da una indicación de la precisión de la medición. Para nuestro ejemplo, la desviación media del período es 0,12 segundos. Entonces debemos escribir el período del

péndulo, medido en el laboratorio, como  $3,25 \pm 0,12$  seg ó  $3,25 \pm 4 \%$  segundos (aproximadamente).

Otra manera de expresar la precisión de la medición es mediante el uso de la *desviación rmc* (raíz media cuadrática), definida como la raíz cuadrada de la cantidad obtenida sumando los *cuadrados* de las desviaciones divididas entre el número de mediciones. En nuestras mediciones, la rmc es de 0,15 segundos. El cálculo adicional realizado al obtener la desviación rmc bien vale el esfuerzo, ya que tiene un significado relativamente simple. Suponiendo que las variaciones que aparecen en el conjunto de mediciones no se debe a ninguna causa, sino que son justamente *fluctuaciones normales*, la desviación rmc nos dice que aproximadamente dos tercios de todas las mediciones caen dentro de esta desviación del valor medio. O, en otras palabras, tenemos la confianza que, la próxima vez que tomemos las mediciones del período de nuestro péndulo con el mismo aparato hay una probabilidad de un 67 % de que midamos un período no mayor de 3,4 segundos o no menor que 3,10 segundos.



**Fig. 2-9.** Histograma que muestra el número de mediciones del período de un péndulo mostradas en la tabla 2-3, en intervalos de tiempo de 0,04 s. La distribución gaussiana correspondiente está indicada por la línea sólida.

**TABLA 2-3**

3,12	3,18	3,25	3,32	3,32
3,62	3,33	3,30	3,42	3,27
3,33	3,28	3,15	3,12	3,20
3,17	3,18	3,20	3,18	2,98
3,17	3,52	3,35	3,33	3,38
3,58	3,02	3,00	3,32	3,08
3,27	3,35	3,63	3,15	3,38
3,00	3,15	3,27	2,90	3,27
2,97	3,18	3,28	3,28	3,37
3,18	3,45	3,18	3,27	3,20

Para mostrar esta situación en una manera ligeramente diferente se usa la Fig. 2-9, que es un *histograma*, en el cual se representa la distribución de frecuencias de

las lecturas. Hay una irregularidad aparente en la manera en la cual ocurre el número de lecturas diferentes. A medida que se tomen más y más lecturas, sin embargo, tiende a aparecer una forma definida, mostrando que la frecuencia de aparición de una medida dada es proporcionalmente menor cuanto mayor es su desviación del valor medio. El resultado es la familiar curva de campana. El análisis muestra que la curva bajo la cual los picos del histograma quedan más y más cercanos a medida que el número de medidas aumenta tiene una forma analítica denominada *distribución normal* o *gausiana*.

### **Bibliografía**

1. "Symbols, Units, and Nomenclature in Physics", *Physics Today*, junio de 1962, pág. 20
2. "Mathematics in the Modern World", R. Courant, *Scientific American*, septiembre de 1964, pág. 40
3. "Mathematics in the Physical Sciences", P. Dyson, *Scientific American*, septiembre de 1964, pág. 128
4. "Probability", M. Kac, *Scientific American*, septiembre de 1964, pág. 92
5. "The Limits of Measurement", R. Furth, *Scientific American*, julio de 1950, pág. 48
6. *A Brief History of Weights and Measures Standards of the United States*. Washington, D.C.: Government Printing Office, 1963
7. *Experimentation: An Introduction to Measurement Theory and Experiment Design*, por D. Baird. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1962
8. *Experimentation and Measurement*, por W. Youden. New York: Scholastic Book Services, Scholastic Magazines, Inc., 1962
9. *The Feynman Lectures on Physics*, vol. I, por R. Feynman, R. Leighton y M. Sands. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1963, caps. 5 y 6

**Problemas**

2.1 Las masas atómicas dadas en la tabla A-1 están expresadas en *unidades de masa atómica*, abreviadas uma. Una uma es igual a  $1,6604 \times 10^{-27}$  kg. Expresar, en kilogramos y gramos, las masas de un átomo de (a) hidrógeno y (b) oxígeno.

2.2 ¿Cuántas moléculas de agua, cada una constituida por un átomo de oxígeno y dos de hidrógeno, hay en un gramo? ¿En 18 gramos? ¿En un centímetro cúbico?

2.3 Se dijo en la sección 2.3 que el kilogramo podía ser definido como la masa de  $5,0188 \times 10^{25}$  átomos del isótopo  $^{12}\text{C}$ , cuya masa está definida exactamente como 12,0000 uma. Verificar que esta definición es compatible con el valor de la uma dada en el problema 2.1.

2.4 Considerar moléculas de hidrógeno, de oxígeno, y de nitrógeno, cada una compuesta de dos átomos idénticos. Calcular el número de moléculas de cada uno de estos gases (a TPN) en un  $\text{m}^3$ . Usar los valores de densidades relativas dadas en la tabla 2-2. Extender sus cálculos a otros gases. ¿Qué conclusión general puede Ud. sacar de este resultado?

2.5 Suponiendo que el aire está compuesto de 20 % de oxígeno y 80 % de nitrógeno y las moléculas de estos gases están constituidas por dos átomos, obtener la masa molecular "efectiva" del aire. Estimar el número de moléculas en centímetro cúbico de aire a TPN. ¿Cuántas moléculas son de oxígeno, y cuántas son de nitrógeno?

2.6 La densidad del gas interestelar en nuestra galaxia se estima que sea de  $10^{-21}$  kg  $\text{m}^{-3}$ . Suponiendo que el gas sea principalmente de hidrógeno, estimar el número de átomos de hidrógeno por centímetro cúbico. Comparar el resultado con aire a TPN (Problema 2.5a).

2.7 Un vaso de vidrio que contiene agua tiene un radio de 2 cm. En dos horas el nivel de agua baja 1 mm. Estimar, en gramos por hora, la velocidad de evaporación a la cual se está evaporando el agua. ¿Cuántas moléculas de agua se están evaporando por segundo de cada centímetro cuadrado de la su-

perficie del agua? Sugerimos que el estudiante realice este experimento y obtenga sus propios datos. ¿Por qué se obtiene diferentes resultados en días diferentes?

2.8 Un *mol* de una sustancia está definido como una cantidad, en *gramos*, numéricamente igual a su masa molecular expresado en uma. (Cuando nos referimos a un elemento químico y no a un compuesto, utilizamos la masa atómica.) Verificar que el número de moléculas (8 átomos) en un mol de cualquier sustancia es la misma, y es igual a  $6,0225 \times 10^{23}$ . Este número, denominado la *constante de Avogadro* es una constante física muy importante.

2.9 Utilizando los datos de las tablas 2.2 y A-1, estimar la separación promedio entre las moléculas en el hidrógeno a TPN (gas), en el agua (líquido) y, en el hierro (sólido).

2.10 La masa de un átomo se encuentra prácticamente en su núcleo. El radio del núcleo de uranio es de  $8,68 \times 10^{-15}$  m. Utilizando la masa atómica del uranio dada en la tabla A-1, obtener la densidad de la "materia nuclear". Este núcleo contiene 238 partículas o "nucleones". Estimar la separación promedio entre nucleones. A partir de este resultado, ¿podría Ud. llegar a la conclusión que es razonable tratar la materia nuclear de la misma manera como la materia en general, es decir, como agregados de átomos y de moléculas?

2.11 Utilizando los datos de la tabla 13-1, obtener la densidad promedio de la tierra y del sol. Cuando Ud. compara estos valores con los datos de la tabla 2-2, ¿qué conclusiones puede obtener acerca de la estructura de estos cuerpos?

2.12 Estimar la densidad promedio del universo, usando la información dada en la sección 1.3. Suponiendo que todos los átomos están distribuidos uniformemente sobre todo el universo, ¿cuántos átomos habría en un centímetro cúbico? Suponer que todos los átomos son de hidrógeno.

2.13 La velocidad de la luz en el vacío es  $2,9979 \times 10^8$  m  $\text{s}^{-1}$ . Expresarla en

millas por hora. ¿Cuántas vueltas alrededor de la tierra podría dar un rayo de luz, en un segundo? (Usar la tabla 13-1 para datos acerca de la tierra.) ¿Qué distancia viajaría en un año? Esta distancia se denomina *año luz*.

2.14 El radio de la órbita terrestre es  $1,49 \times 10^{11}$  m. Esta longitud se denomina una *unidad astronómica*. Expresar un año luz en unidades astronómicas. (Ver problema 2.13.)

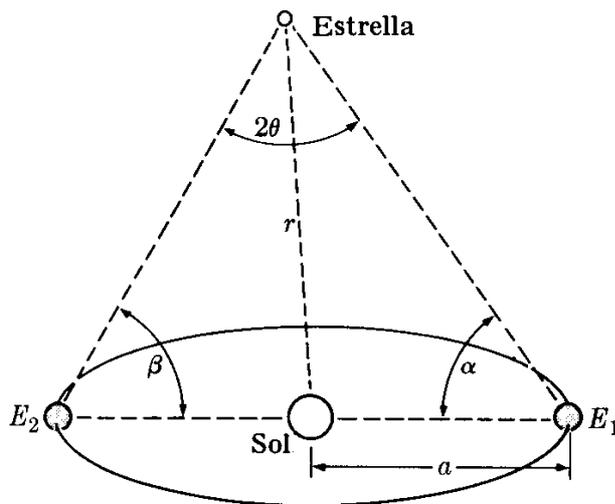


Figura 2-10

2.15 El *paralaje* es la diferencia en la dirección aparente de un objeto, debida a un cambio en la posición del observador (sostenga un lápiz frente a Ud. y cierre primero el ojo derecho y luego el ojo izquierdo. Note que en cada caso el lápiz aparece con un fondo diferente). El *paralaje estelar* es el cambio en la posición aparente de una estrella como resultado del movimiento orbital terrestre alrededor del Sol. Se expresa cuantitativamente por la mitad del ángulo sustentado por el diámetro terrestre  $E_1E_2$  perpendicular a la línea que une la estrella y el sol (ver Fig. 2-10). Está dado por  $\theta = 1/2 (180^\circ - \alpha - \beta)$ , donde los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  se miden en las posiciones  $E_1$  y  $E_2$  separadas por 6 meses. La distancia  $r$  de la estrella al sol puede obtenerse de  $\alpha = r\theta$ , donde  $\alpha$  es el radio de la órbita terrestre y  $\theta$  se expresa en radianes. La estrella con el mayor paralaje de  $0,76''$  (es decir, la más cercana) es  $\alpha$ -Centauro. Encontrar su distancia media desde el sol expresándola

en metros, en años luz, y en unidades astronómicas.

2.16 Un *parsec* es igual a la distancia medida desde el sol hasta una estrella cuyo paralaje es de  $1''$ . Expresar el parsec en metros, años luz y unidades astronómicas. Expresar la distancia en parsec en función del paralaje en segundos de arco.

2.17 La distancia entre San Francisco y New York, medida a lo largo de los círculos máximos que pasan a través de estas dos ciudades, es de 2571 millas. Calcular el ángulo entre las verticales de las dos ciudades.

2.18 Utilizando los datos que se dan en la Fig. 1-6, determinar el ángulo sustentado por el diámetro de la Gran Nebulosa M-31 cuando se observa desde la tierra. Expresarlo en radianes y en grados de arco. Encontrar también el ángulo sólido sustentado por la nebulosa.

2.19 Examinando las tablas de funciones trigonométricas del apéndice, encontrar el ángulo para el cual  $\text{sen } \theta$  y  $\text{tg } \theta$  difieren en a) 10 % b) 1 % c) 0,1 %. Repetir lo mismo para  $\text{sen } \theta$  y  $\theta$ , y para  $\text{tg } \theta$  y  $\theta$ , cuando  $\theta$  se expresa en radianes. ¿Qué conclusiones puede Ud. sacar de sus resultados?

2.20 Dados los tres números: 49238,42;  $6,382 \times 10^4$ ; 86,545. (a) Sumar los números. (b) Multiplicarlos. (c) Sumar los dos primeros y el resultado multiplicarlo por el tercero. (d) Multiplicar los dos últimos y dividir el resultado entre el primero. Dar todas las respuestas con el número correcto de cifras significativas.

2.21 Utilizar los datos de la tabla 2-3 para comprobar los valores dados para el valor medio, la desviación media, y la desviación rmc. ¿Cuántas cifras significativas deben usarse en el resultado?

2.22 La tabla que sigue tiene un conjunto de diez medidas de cierta propiedad física (v.g., el espesor de un pedazo de papel, o el peso de una piedra, etc.).

116	125	108	111	113
113	124	111	136	111

(a) Determinar el valor medio de estos números. Determinar la desviación media y la desviación rmc (o normal).  
 (b) Hacer un análisis sobre la convenien-

cia de retener o descartar la lectura de 136 (si se descarta, el valor medio de los nueve datos restantes es 114,7 y la desviación normal es 5,6).

2.23 Tome una bolita o un lápiz y déjelo rodar sobre la tapa de un libro grande. Mida el tiempo que demora la bolita o el lápiz en ir del reposo, en la parte superior, hasta el extremo inferior en el cual choca con la mesa. Repetir el experimento diez (o más) veces. Determinar el valor medio del tiempo de rodadura y su precisión, expresada en desviación

rmc. Si Ud. no tiene un reloj con secundario, use su pulso para medir el tiempo.

2.24 Haga un censo de los miembros de su clase. Determine la altura y el peso de cada uno de ellos. Discrimine de modo que solamente tenga datos de un solo sexo y una diferencia de edades no mayor de tres años. Calcule la altura media, el peso medio y la desviación rmc. Note que Ud. no puede hablar de la precisión de su experimento en el mismo sentido que en el problema anterior. ¿Por qué?